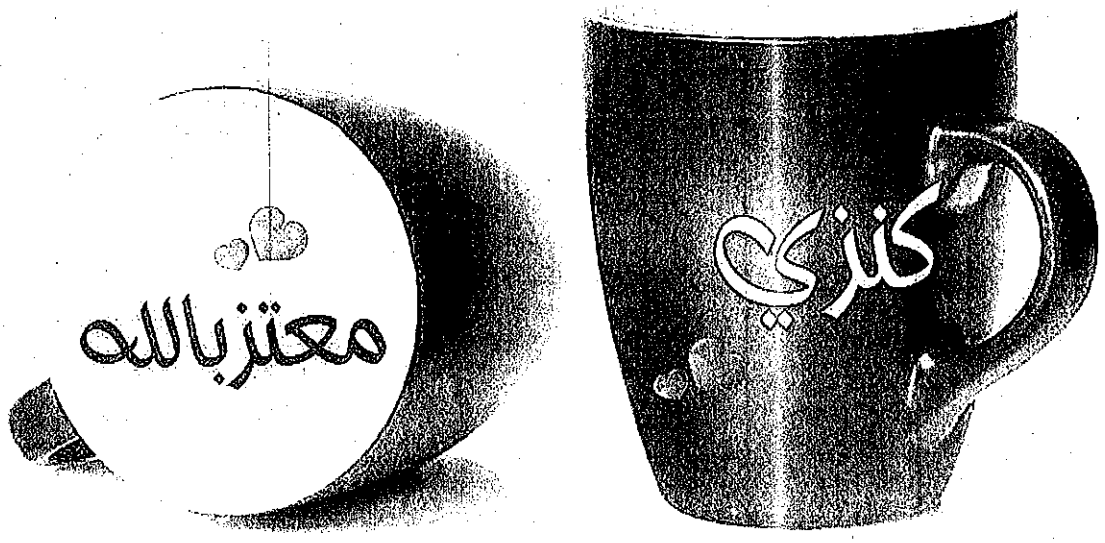
*أ/أحمد عمر

كراسة الأول في الرياضيات

إعداد
أ/أحمد عمر



جبر ٢٠٢٣

أولاً : أكمل :

① المستقيمان الممثلان للمعادلتين س = ٤ ، ص − ٣ = ٠ يتقاطعان في النقطة ...

② نقطة تقاطع المستقيمين س = −١ ، ص + ١ = ٠ تقع في الربع ...

③ مجموعة حل المعادلتين س + ١ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ هي ...

④ مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٥ ، ص − ٥ = ٠ هي ...

⑤ مجموعة حل المعادلتين : ٤ س + ص = ٦ ، ٨ س + ٢ ص = ١٢ هي ...

⑥ مجموعة حل المعادلتين س + ٣ ص = ٤ ، ٣ ص + س = ١ هي ...

⑦ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٢ ص = ٤ ، س + ٢ ص = ٧ متوازيين فإن : ٢ تساوي ...

⑧ إذا كان للمعادلتين س + ٢ ص = ١ ، ٢ س + ٥ ص = ٢ حل وحيد فإنه لا يمكن أن تساوي

⑨ المعادلة : س ص = ٣ س الدرجة ...

⑩ مجموعة حل المعادلتين : س = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٠ هي ...

⑪ مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، س ص = ٦ هي ...

⑫ عددان نسبتهما مجذوبتها ٣ ومجموع مربعيهما ٥ فإن العددان هما ... ، ...

⑬ إذا كانت النسبة بين محيطي دائرتين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما ... : ...

⑭ مساحة المستطيل الذي طوله ٣ سم ومحيطه ١٠ سم يساوي ...

⑮ مربع طول ضلعه ٤ سم ، إذا زاد طول ضلعه بمقدار ٣ سم فإن مساحته تزداد بمقدار ... سم^{٢}

⑯ مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س − ٥ هي ...

⑰ مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = ٤ هي ...

⑱ مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + ٩ هي ...

⑲ مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = ٤ س^{٢} − ٩ هي ...

⑳ مجموعة أصفار الدالة د(س) = (س − ٥)^{٢} هي ...

㉑ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س + ٢}{س - ١}$

١٢ أحمد عمر

(٢٢) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^2 - 9}{س + 3}$ هي ...

(٢٣) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{3}{س - 3}$ هي ...

(٢٤) مجال الدالة د : د(س) = $\frac{س + 2}{س - 1}$ هو ...

(٢٥) مجال الدالة د : د(س) = $\frac{س^2 - س}{س^2 - 2س - 3}$ هو ...

(٢٦) مجال الدالة د : د(س) = $\frac{س + 2}{5س}$ هو ...

(٢٧) مجال الدالة د : د(س) = $\frac{س^2 + 2}{س^2 + 4}$ هو ...

(٢٨) المجال المشترك للدالتين د١(س) = $\frac{س + 1}{س}$ ، د٢(س) = $\frac{س - 3}{س^2 - 5س + 6}$ هو ...

(٢٩) إذا كان ن١(س) = $\frac{5س}{5س^2 + 20}$ ، ن٢(س) = $\frac{س}{س^2 + 4}$ فإن ن١ = ن٢ على المجال ...

(٣٠) إذا كان ن١(س) = $\frac{س + 4}{س^2 - 4}$ ، ن٢(س) = $\frac{س + 5}{(س + 5)(س - 2)}$ فإن ن١ = ن٢ على المجال ...

(٣١) إذا كان : ن(س) = $\frac{س^2 - 9}{س - 2}$ فإن مجـ (ن) = ...

(٣٢) إذا كانت الدالة د : د(س) = $\frac{س - 5}{س - 2}$ فإن : ليس لها وجود عندما س = ...

(٣٣) إذا كان ن(س) = $\frac{1}{س + 2} - \frac{1}{س - 2}$ فإن أبسط صورة هي ... ومجالها هو ...

(٣٤) مجال المقلوب الجمعي للدالة ن(س) = $\frac{2}{س - 1}$ هو ...

(٣٥) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $(س - 1)^2 (س + 2)$ هي ...

م/ أحمد عمر

٣٦) يقال للحدثين P و Q أنهما متنافيان إذا كان P ∩ Q = ...

٣٧) إذا كان احتمال وقوع الحدث P هو ٧٥٪ فإن احتمال عدم حدوثه = ...

٣٨) إذا كان P حدث ما وكان ل(P) = ٠ فإن P = ...

٣٩) إذا كان P' هو الحدث المكمل للحدث P فإن P ∪ P' = ... ، P ∩ P' = ...

٤٠) احتمال الحدث المؤكد = ...

٤١) احتمال الحدث المستحيل = ...

٤٢) عند إلقاء مجرد منتظم مرة فإن: احتمال ظهور عدد زوجي = ...

٤٣) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = ...

٤٤) إذا كان P و Q حدثين متنافيان وكان ل(P) = ٢٥٪ ، ل(Q) = ٣٠٪
فإن: ل(P ∪ Q) = ...

٤٥) إذا كان P و Q حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن ل(P ∩ Q) = ...

٤٦) إذا كان P ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل(P) = ل(P') فإن: ل(P) = ...

٤٧) إذا كان P و Q حدثين متنافيين من تجربة عشوائية ما وكان ل(P) = ١/٤ ،
ل(P ∪ Q) = ٥/١٢ فإن ل(Q) = ...

٤٨) إذا كان س عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية: ٥ + س ، ٥ − س ، ٥ س ، ٥ / س هو ...

٤٩) إذا كان: س ∈ {٠، ١، ٢} فإن (١ − س) ÷ (س − ١) / س أبسط صورة = ...

٥٠) إذا كان P و Q حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ن(P) = ٥ فإن:
ل(P ∩ Q) = ...

٥١) إذا كانت مجموعة حل المعادلة س² + ٣س + ك = ٠ هي {−٣، ٢} فإن م = ...

٥٢) إذا كان ق(س) = (س + ٧) / (س − ٢) فإن ق⁻¹(س) = ...

٥٣) إذا كان: س = ٢ ، ص = ٣ فإن: (٣ص − ٢س)^١٠ = ...

٥٤) إذا كانت {−٢، ٢} هي مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س² + ك
فإن ك = ...

ثانياً : إختر الاجابة الصحيحة :-

(١) إذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين س = ١ ، ص = p٥ تقع في الربع الرابع فإن : p يمكن أن تساوى [٥ ، ١ ، ٠ ، -٥]

(٢) المستقيمان : س + ٥ ص = ١ ، ٢ س + ١٠ ص = ٠ :
[متوازيان ، منطبقان ، متقاطعان وغير متعامدين ، متعامدان]

(٣) المستقيمان : ٣ س + ٤ ص = ١ ، ٦ س + ٨ ص = ٢
[متوازيان ، منطبقان ، متقاطعان وغير متعامدين ، متعامدين]

(٤) المستقيمان : ٣ س = ٧ ، ص = ٩ :
[متوازيان ، منطبقان ، متقاطعان وغير متعامدين ، متعامدان]

(٥) المستقيمان : س - ١ = ٠ ، س + ص = ٥ :
[متوازيان ، منطبقان ، متقاطعان وغير متعامدين ، متعامدان]

(٦) مجموعة حل المعادلتين س + ١ = ٠ ، ص - ٢ = ٠ معاً هى :
[{(-١ ، ١)} ، {١ ، -١} ، {(-١ ، ١)}]

(٧) مجموعة حل المعادلتين س + ١ = ٠ ، ص - ٢ = ٠ معاً هى :
[{(٢ ، ١)} ، {(٢ ، -١)} ، {(-١ ، ٢)}]

(٨) عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٣ ، س + ص - ٣ = ٠ معاً هو
[صفر ، واحد ، اثنان ، ثلاثة]

(٩) عدد حلول المعادلتين س + ص = ٢ ، ص - ٣ = ٠ معاً هو
[صفر ، واحد ، اثنان ، ثلاثة]

p / أحمد عمر

(١٠) إذا كانت المعادلتين س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عديمتى الحلول فإن : ك تساوى : [٤ ، ٧ ، ١٢ ، ٢١]

(١١) منحنى الدالة د حيث د(س) = س٢ - ٢ س + ٢ يقطع محور الصادات في النقطة
[(٠ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٢) ، (١ ، ٠) ، (-٢ ، ٠) ، (-١ ، ٠) ، (٢ ، ٠)]

(١٢) مجموعة حل المعادلة : ٢ س٢ + ٥ س = ٠
[(٠ ، ٥) ، (٠ ، -٥/٢) ، {٠ ، -٥/٢} ، ∅]

(١٣) مجموعة حل المعادلة : س٢ - ٤ س + ٤ = ٠ هى
[{-٢ ، ٢} ، {٤ ، ١} ، {٢} ، ∅]

(١٤) مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}+٥=٠$ هى

[ϕ ، $\{\sqrt{٥}\}$ ، $\{-\sqrt{٥}\}$ ، $\{\sqrt{٥}-،\sqrt{٥}\}$]

(١٥) فى المعادلة : $أ س^{٢}+ب س+جـ=٠$ إذا كان $ب^{٢}-٤أجـ<٠$ فإن

عدد الجذور يساوى [١ ، أ ، صفر ، أ ϕ]

(١٦) فى المعادلة : $أ س^{٢}+ب س+جـ=٠$ إذا كان $ب^{٢}-٤أجـ>٠$ فإن

مجموعة حل المعادلة هو [أ ، أ ، صفر ، أ ϕ]

(١٧) فى المعادلة : $أ س^{٢}+ب س+جـ=٠$ إذا كان : $ب^{٢}-٤أجـ>٠$ فإن :

عدد الجذور = [١ ، ٢ ، صفر ، أ عدد لا نهائى]

(١٨) فى المعادلة : $أ س^{٢}+ب س+جـ=٠$ إذا كان : $ب^{٢}-٤أجـ=٠$ فإن :

جذور المعادلة [متساويان ومختلفان ، لا يوجد جذور]

(١٩) المعادلة : $٣س+٤ص+س ص=٥$ من الدرجة

[الصفرية ، الأولى ، الثانية ، الثالثة]

(٢٠) أحد حلول المعادلة : $س^{٢}-ص^{٢}=٣$ من ح ص هى ...

[$(١،-٢)$ ، $(-٢،١)$ ، $(٢،١)$ ، $(-١،-٢)$]

(٢١) الزوج المرتب الذى يحقق حلاً من المعادلتين $س ص=٢$ ، $س-ص=١$ هو

[$(٢،١)$ ، $(-٢،-١)$ ، $(١،٢)$ ، $(-١،-٢)$]

P/ أحمد عمر

(٢٢) مجموعة حل المعادلتين : $س=ص$ ، $س ص=١$ هى

[$\{(١،١)\}$ ، $\{(-١،-١)\}$ ، $\{(١،-١)\}$ ، $\{(-١،١)\}$]

(٢٣) مجموعة الحل للمعادلتين : $س-ص=٠$ ، $س ص=٩$ هى

[$\{(٠،٠)\}$ ، $\{(-٣،-٣)\}$ ، $\{(٣،٣)\}$ ، $\{(-٣،٣)\}$]

(٢٤) أحد حلول المعادلتين : $س-ص=٢$ ، $س^{٢}+ص^{٢}=٢٠$ هو :

[$(-٤،-٢)$ ، $(٢،-٤)$ ، $(٤،٢)$]

(٢٥) إذا كان $س=ص+١$ ، $(س-ص)^{٢}+ص=٣$ فإن $ص=$

[صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

(٢٦) إذا كانت $س=١$ ، $س^{٢}+ص^{٢}=١٠$ فإن : ص تساوى

[-٣ ، ±٣ ، ٣ ، ٩]

(٢٧) إذا كان $أ ب=٣$ ، $أ ب^{٢}=١٢$ فإن $ب=$ [٤ ، ٢ ، -٢ ، ±٢]

(٢٨) عدد أ ∈ ط الفرق بينهما ١ مربع محجوبهما ٥ فإن العددين هما :
[١، ٤ ، ٥] [٣، ٤ ، ٥] [٢، ٣ ، ٥] [١، ٢ ، ٥]

(٢٩) إذا كانت د دالة حيث د(س) = $\frac{س - ٣}{س^{٢} + ٧س}$ فإن مجال المقلوب الضربي للدالة هو ...
[ح - {٠} ، ح - {٠ ، -٧} ، ح - {٣ ، -٧} ، ح - {٣ ، ٠}]

(٣٠) إذا كانت د دالة حيث د(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س}$ فمقلوبها الضربي فإن مجالها المشترك هو
[ح - {٠} ، ح - {٠ ، ٣} ، ح - {٠ ، -٣} ، ح]

(٣١) إذا كان ن : ن(س) = $\frac{س - ١}{س - ٢}$ فإن مجال $ن^{-١}$(س) هو
[ح - {١} ، ح - {٢} ، ح - {١ ، ٢}]

(٣٢) يكون للدالة د حيث د(س) = $\frac{س - ٢}{س - ٥}$ مقلوباً ضربياً في المجال
[ح - {٠} ، ح - {٢} ، ح - {٠ ، ٢}]

(٣٣) يكون للدالة د حيث د(س) = $\frac{س - ٤}{س - ٥}$ مقلوباً جمعياً في المجال : ف/ الكبير
[ح - {٤} ، ح - {٥} ، ح - {٤ ، ٥} ، ح - {٤ ، ١٠}]

(٣٤) إذا كان ن(س) = $\frac{١}{س} - \frac{٣}{س}$ فإن $ن^{-١}$(س) هو [س - $\frac{س}{٣}$ ، $\frac{س}{٢}$ ، $\frac{س}{٤}$ ، س]

(٣٥) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{س(س + ٢)}{س^{٢} - ٤}$ هو :
[ح ، ح - {٢} ، ح - {-٢} ، ح - {٠ ، ٢}]

(٣٦) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{س - ٢}{٤}$ هو [ح ، ح - {٠} ، ح - {-١} ، ح - {١٠}]

(٣٧) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{س - ٧}{(س + ١)(س - ٢)}$ هو [ح ، ح - {١} ، ح - {-١} ، ح - {-١}]

(٣٨) مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{س-١}{س+٢} + \frac{س-٢}{س+١}$ هو ...

(٣٩) إذا كانت ن(س) = $\frac{س^{٢}}{س^{٣}-س+٢}$ فإن : ن(-١) = ... [$-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، ٢]

(٤٠) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{س-٢}{س+٢} - \frac{٣س}{س-١}$ هو ...

(٤١) الدالة ن مُعرَّفة بصورة حيث ن(س) = $\frac{س}{س-٢} \div \frac{٢س}{س^{٢}-٩}$ هى

(٤٢) المقلوب الجمعى للكسر الجبرى : $\frac{٢}{س^{٤}+١}$ هو ...

[$\frac{-٢}{س^{٤}+١}$ ، $\frac{س^{٤}+١}{٣}$ ، $\frac{س^{٤}+١}{-٣}$ ، $\frac{٣}{س^{٤}-١}$]

(٤٣) إذا كانت د(س) = $\frac{س^{٤}-٩}{س+ب}$ ، د(٤) = ١ فإن ب = ...

(٤٤) الدالة د حيث د(س) = $\frac{س+١}{س-١} + \frac{١-س}{س-١}$ ، س ≠ ١ مُعرَّفة بصورة هى -

(٤٥) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم فإن إحتمال ظهور عدد أقل من ٣ يساوى
[$\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

ف / الكتاب

(٤٦) كيس يحتوى على ٤ كرات بيضاء ، ٦ كرات حمراء ، سحبت كرة واحدة عشوائياً من الكيس فإن إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء =

(٤٧) إذا كان إحتمال نجاح تلميذ فى امتحان الشهادة الإعدادية ٨٥٪ فإن إحتمال رسوبه يساوى [٠,١٥ ، $\frac{٣}{٢٠}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$ ، ٠,٨٥]

(٤٨) إذا كان احتمال فوز المنتخب المصرى لكرة القدم فى بطولة كأس الأمم الأفريقية ٠,٢١٨ فإن إحتمال عدم فوزه [١ ، صفر ، ٠,٧٨٢ ، ٠,٧٨٢]

(٤٩) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة بعضها خضراء والآخر زرقاء فإذا كان عدد الكرات الخضراء ٥ وكان إحتمال سحب كرة زرقاء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فإن عدد الكرات الزرقاء = ...

٥٠) إذا كان ل(P) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(P ∩ ب) = ٠,٣ فإن ل(P ∪ ب) = ---

٥١) إذا كان P ، ب حادثين متنافيين وكان ل(P) = ٠,٥ ، ل(P ∪ ب) = ٠,٨ فإن ل(ب) = ---

٥٢) إذا سحبت بطاقة عشوائياً من بين ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ : ٢٠ فإن إحتمال أن يكون الرقم المسحوب مضاعفاً للعدد ٧ هو ---

[١٠٪ ، ١٥٪ ، ٢٠٪ ، ٢٥٪]

٥٣) إذا كان P ، ب حادثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان P ⊂ ب فإن ل(P − ب) = ---

[صفر ، ل(P) − ل(ب) ، ل(ب) − ل(P) ، ل(P)]

٥٤) إذا كانت : س² − ص² = ٢(س + ص) حيث س + ص ≠ ٠ فإن س − ص = ---

٥٥) إذا كان : س + ص = ٠ ، س² = ٢٥ فإن ص = ---

[٠ ، ٦٠ − ، ٦٠ ، ± ٥]

٥٦) إذا كان منكسر الجزئي $\frac{س - ٩}{س + ٥}$ معكوس ضربي هو $\frac{س + ٥}{س + ٣}$ فإن P = ---

٥٧) إذا كان إحتمال نجاح محمد ٩٥٪ فإن إحتمال عدم نجاحه =

٥٨) مستطيل طوله ٢٠ سم وطول قطره ٤ سم فإن مرفه = ---

٥٩) إذا كان (٥ ، س − ٤) = (ص + ٢ ، ٦) فإن س + ص = ---

٦٠) إذا كان مجموعة حل المعادلة : س² − ٩ س + ٤ = ٠ هي {ك − ٢} فإن P = ---

٦١) إذا كان ٢^٥ × ٢^٥ = ٤ × ٦^٥ فإن م = ---

٩/ الصف عشر

٦٢) مجموعة أصفار الدالة د(س) = $\frac{س^٣ - س - ٢}{س^٢ - ٤}$ هي ---

٦٣) إذا كان منحنى الدالة د(س) = س² − P يمر بالنقطة (٢ ، ٠) فإن P = ---

٦٤) إذا كان ن(س) = $\frac{س - ٢}{س + ١}$ فإن ن^-١(٤) = ---

٦٥) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} + \frac{١}{ص س} = \frac{---}{ص س}$ [٢ ، ٣ ، س + ص + ١ ، س + ص]

٦٦) إذا كان س ∈ {٤ ، ٠} فإن أبسط صورة للمقدار : $\frac{(١ - س)}{س} + \frac{س - ١}{س}$ = ---

٦٧) عددان صحيحان موجبان مجموعهما ٥ ومجموع مربعيهما ١٣ فإن العددين هما ... و ...

٦٨) إذا كانت ص(د) = {٣} ، ق(س) = $س^{٣} - ٣س + ٢$ فإن أ = ...

٦٩) المجال المشترك للدالتين $ن_{١}(س) = \frac{٢}{س^{٢}-١}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{٥س}{س^{٢}-س}$ هو ...

٧٠) مجموعة حل المعادلتين: $س - ص = ٢$ ، $ص - س = ٣$ هي ...

٧١) إذا كان س عدداً سالباً فإن: $\frac{٥س}{١+س^{٢}} \div \frac{س}{١+س^{٢}}$ = ... [٥ ، -٥ ، ٥س ، -٥س]

٧٢) إذا كان: ل(ق) = ٤ ل(ق) فإن ل(ق) = ...

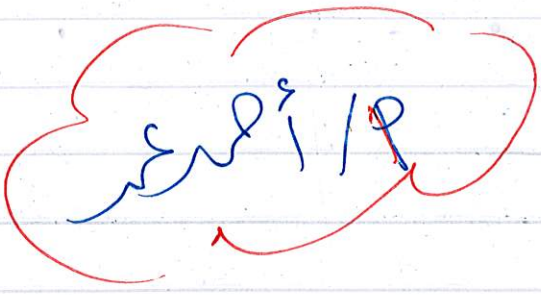
[٠,٨ ، ٠,٦ ، ٠,٦ ، ٠,٤ ، ٠,٤ ، ٠,٢]

٧٣) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم وفي حديقة كم فإن محيطه = ... [١٠ كم ، ٦ كم ، ٣٠ كم ، ٤٠ كم]

٧٤) إذا كان: $س^{٢} - ٤ = ٠$ ، $ص^{٢} = س + ٦$ فإن ص = ... {٣ ، -٣ ، ٤ ، -٤}

٧٥) إذا كان: $ن(س) = \frac{س-٧}{س+٣}$ فإن مجال $ن^{-١}(س)$ هو ...

[ح ، ح - {-٣} ، ح - {٤} ، ح - {-٤} ، ح - {٧}]



ثالثاً / الأسئلة المقالية :-

١ أوجد مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٤$ ، $ص = س^٢ + ٣س + ٧$ بيانياً وتحقق جبرياً :

الحل

$س - ص = ٤ \Leftarrow ص = س - ٤$

س	٤	٥	٦
ص	٠	١	٢

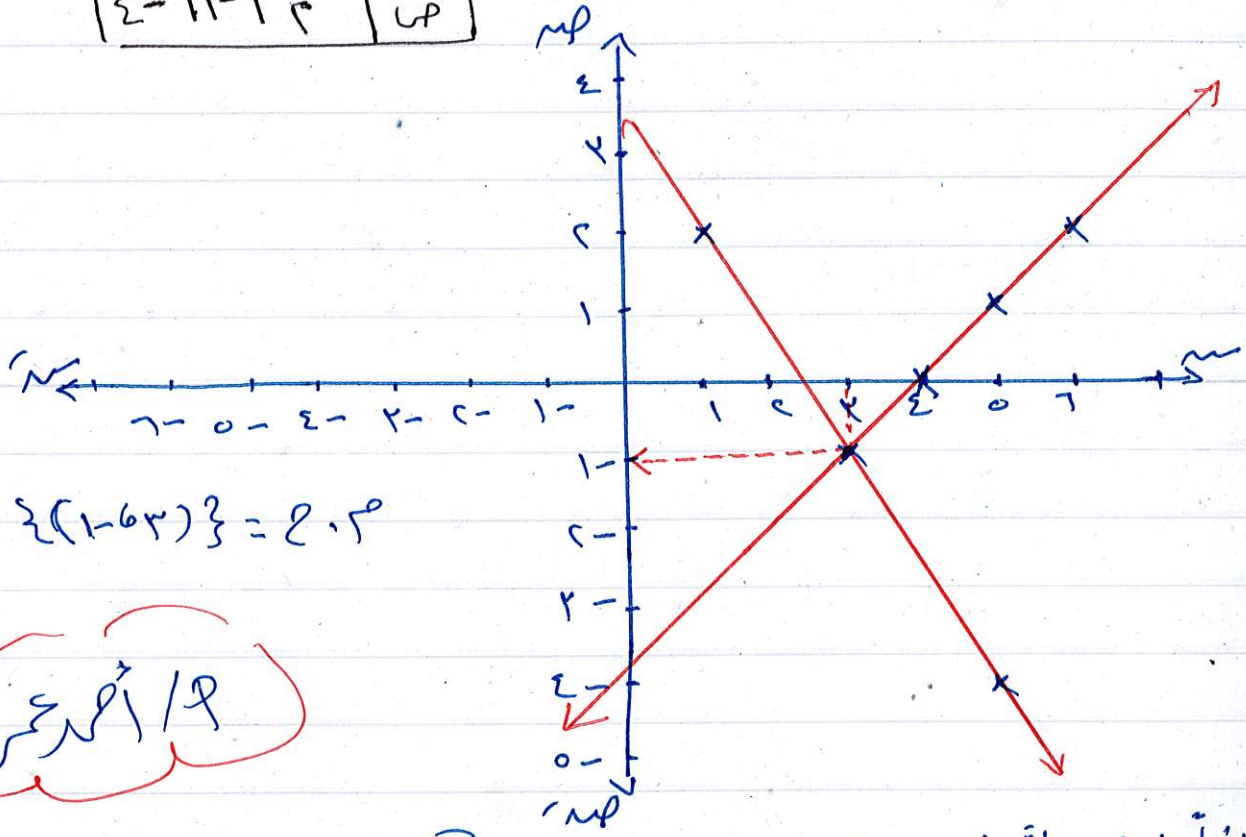
$ص = س^٢ + ٣س + ٧$

$ص - س^٢ - ٣س = ٧$

÷ ٢ $\quad ص - ٢س^٢ - ٣س = ٧$

$ص = \frac{٧ - ٣س - ٢س^٢}{٢}$

س	١	٣	٥
ص	٢	١-	٤-



$م ، ع = \{(٣ ، ١-)\}$

ب / أكمل

٢ × ٢

ثانياً : جبرياً : $س - ص = ٤$ ... ①

$٣س + ٢ص = ٧$ ... ②

$٢س - ٢ص = ٨$

بالجمع

$٥س = ١٥$ ÷ ٣

$س = ٣$ ... ③

بالتعويض من ③ في ①

$٣ - ص = ٤$ ∴ $ص = -١$

$م ، ع = \{(٣ ، -١)\}$

(١١)

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلتين $س - ٢ص = ٠$ ، $٢س + ٣ص = ٧$ بيانياً وجبرياً

الحل

أولاً بيانياً:

$س - ٢ص = ٠$

$س = ٢ص$

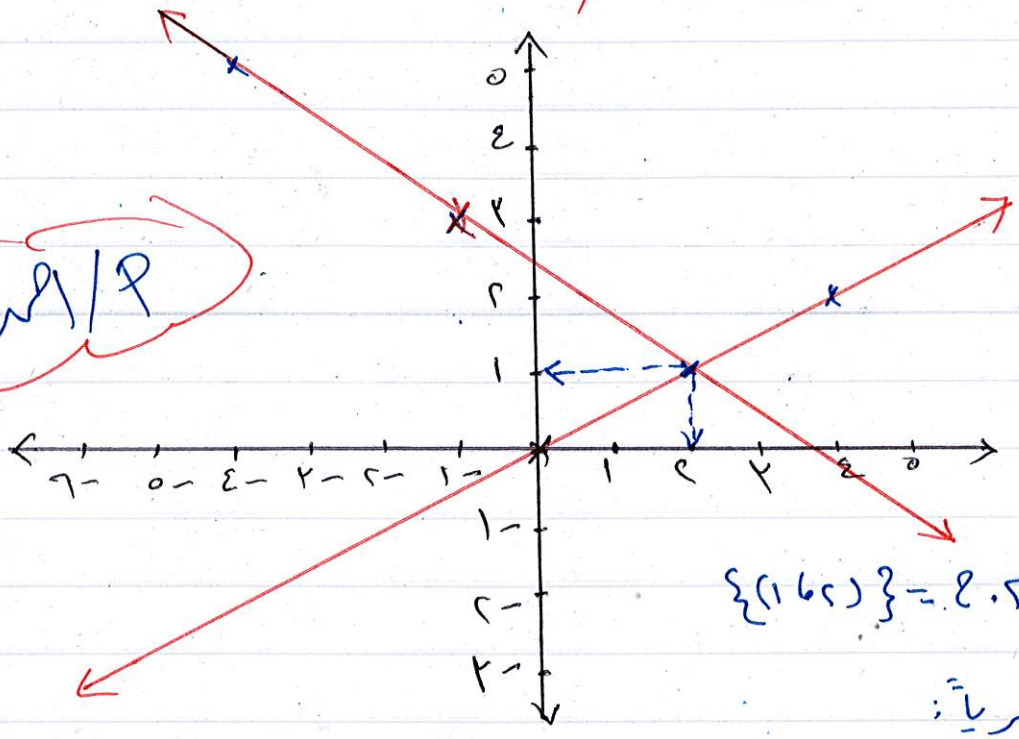
س	٠	٢	٤
ص	٠	١	٢

$٢س + ٣ص = ٧$

$٢س = ٧ - ٣ص$ ÷ ٢

$س = \frac{٧ - ٣ص}{٢}$

س	٢	-١	-٤
ص	١	٣	٥



م.ح = {(٢، ١)}

٢/ الدرس

ثانياً: جبرياً:

$س - ٢ص = ٠$ ... ①

$٢س + ٣ص = ٧$ ... ②

بالجمع

$-٢س + ٤ص = ٧$ × -٢

$ص = ١$ ... ③ بالتعويض في ①

$س - ٢ \times ١ = ٠$

$س = ٢$

م.ح = {(٢، ١)}

(٢) عدد مكون من رقمين مجموعهما ٥ وإذا بدل وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلي بمقدار ٩ فما هو العدد الأصلي ؟

الحل

نفرض أن الآحاد = س ، العشرات = ص

العدد الأصلي = س + ١٠ ص

العدد الناتج = ص + ١٠ س

∴ مجموع الرقمين = ٥

∴ س + ص = ٥ ... ①

العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلي بمقدار ٩

∴ ص + ١٠ س − (س + ١٠ ص) = ٩

ص + ١٠ س − س − ١٠ ص = ٩

٩ س − ٩ ص = ٩ ÷ ٩

س − ص = ١ ... ②

بالجمع ① + ②

٢ س = ٦ ÷ ٢

س = ٣

بالتعويض في ①

٣ + ص = ٥

∴ ص = ٢

∴ العدد الأصلي هو ٣٢

٩/ أحمد عمر

(٤) أوجد مجموعة حل المعادلتين: $ص = س - ٣$ ، $س^٢ + ص^٢ = ١٧$ (١٣)

الحل

$ص = س - ٣$ ... ①

$س^٢ + ص^٢ = ١٧$ ... ② بالتعويض من ① في ②

$س^٢ + (س-٣)^٢ = ١٧$

$س^٢ + س^٢ + ٩ - ٦س = ١٧$

$٢س^٢ - ٦س + ٩ - ١٧ = ٠$

$٢س^٢ - ٦س - ٨ = ٠$ ÷ ٢

$س^٢ - ٣س - ٤ = ٠$

$(س + ١)(س - ٤) = ٠$

$س + ١ = ٠$	$س - ٤ = ٠$
$س = -١$	$س = ٤$
بالتعويض في ①	
$ص = -١ - ٣$	$ص = ٤ - ٣$
$ص = -٤$	$ص = ١$

$م.ح = \{(-١، -٤)، (٤، ١)\}$

نقل القوس
ترتيب و تجميع كدود ملتشابهة

٩/١ أحمد عمر

---

(٥) $س - ٢ص = ١$ ، $٢س^٢ - س ص = ٠$

الحل $س - ٢ص = ١$

$\therefore س = ١ + ٢ص$ ... ①

$٢س^٢ - س ص = ٠$ ... ② بالتعويض من ① في ②

$٢(١ + ٢ص)^٢ - (١ + ٢ص) ص = ٠$

$١ + ٤ص^٢ + ٤ص - ص - ٢ص^٢ = ٠$

$٢ص^٢ + ٣ص + ١ = ٠$

$(٢ص + ١)(ص + ١) = ٠$

$٢ص + ١ = ٠$	$ص + ١ = ٠$
$ص = -\frac{١}{٢}$	$ص = -١$
$س = ١ + ٢(-\frac{١}{٢}) = ٠$	$س = ١ + ٢(-١) = -١$

بالتعويض في ①

$م.ح = \{(٠، -\frac{١}{٢})، (-١، -١)\}$

(٤١)

٦) $س + ص = ٧$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠$

$س = ٧ - ص$ ... ①

$س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠$ ... ② بالتعويض من ① في ②

$(٧ - ص)^{٢} + ص^{٢} = ٥٠$ فك و تجميع الحدود المتشابهة

$٢ص^{٢} - ١٤ص + ٤٩ - ٥٠ = ٠$

$٢ص^{٢} - ١٤ص - ١ = ٠$ ÷ ٢

$ص^{٢} - ٧ص - ٤ = ٠$

$(ص - ٤)(ص + ١) = ٠$

$ص - ٤ = ٠$	$ص + ١ = ٠$
$ص = ٤$	$ص = -١$
$س = ٧ - ٤ = ٣$	$س = ٧ + ١ = ٨$

بالتعويض من ①

$م \cdot ق = \{(٣، ٤)، (٨، -١)\}$

٢ / أ) عمر

إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث $د(س) = ٢س^{٣} + ب س + ٨$ هي $\{٤، ٢\}$

أوجد قيمة $٢ + ب$

الحل ∵ $م ص(د) = \{٤، ٢\}$ ∴ $د(٢) = ٠$ ، $د(٤) = ٠$

∴ $٦٤ + ٢ب + ٨ = ٠$ ÷ ٢

$٣٢ + ب + ٤ = ٠$ ... ①

$١٢٨ + ٤ب + ٨ = ٠$ ÷ ٤

$٣٢ + ب + ٢ = ٠$ ... ②

بالطرح $ب + ٤ = ٠$

$ب = -٤$ ∴ $٣٢ - ٤ = ٠$ ∴ $٣٢ = ٤$ ∴ $\boxed{٢ = ١}$

بالتعويض من ① $\boxed{ب = -٦}$ ∴ $٤ + ب + ٢ = ٠$ ∴ $ب + ٦ = ٠$

للتأكد $د(س) = س^{٣} - ٦س + ٨$

$س^{٣} - ٦س + ٨ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٤) = ٠$

$س = ٢$ ، $س = ٤$

(٧) حل المعادلة: $٣س^{٢} = ٥س + ٤$ مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل

نجعل المعادلة من الصورة $أ س^{٢} + ب س + ج = ٠$

$٣س^{٢} - ٥س - ٤ = ٠$

$أ = ٣$

$ب = -٥$

$ج = -٤$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أ ج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{٥ \pm \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ٣ \times (-٤)}}{٢ \times ٣} = \frac{٥ \pm \sqrt{٧٣}}{٦}$$

$$س = \frac{٥ + \sqrt{٧٣}}{٦} \quad أو \quad س = \frac{٥ - \sqrt{٧٣}}{٦}$$

$$س \simeq ١,٧٤ \quad أو \quad س \simeq -٠,٩٥$$

$$مج = \{١,٧٤ ، -٠,٩٥\}$$

(٨) حل المعادلة: $٢س^{٢} - ٥س + ١ = ٠$ مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل $أ = ٢ ، ب = -٥ ، ج = ١$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أ ج}}{٢أ} = \frac{٥ \pm \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ١}}{٢ \times ٢} = \frac{٥ \pm \sqrt{١٧}}{٤}$$

$$س = \frac{٥ + \sqrt{١٧}}{٤} \quad أو \quad س = \frac{٥ - \sqrt{١٧}}{٤}$$

$$س \simeq ٢,٨١ \quad أو \quad س \simeq ٠,٢٢$$

$$مج = \{٢,٨١ ، ٠,٢٢\}$$

(٩) $(س - ٢)^{٢} - ٥س = ٠$ نقاط القوس

$س^{٢} + ٩ - ٦س - ٥س = ٠$

$س^{٢} - ١١س + ٩ = ٠$

$أ = ١ ، ب = -١١ ، ج = ٩$

أكمل الحل

(١٠) $٢س(س-٥)=١$

نقل ونجعل المعادلة صفرية

$٢س^{٢}-١٠س-١=٠$

$أ=٢ \quad ب=-١٠ \quad جـ=-١$

أكمل الحل

(١١) $س^{٢}+(ب-٢)س+٣=$ صفر

$أ=(\quad) \quad ب=٢ \quad جـ=٣$

أكمل الحل

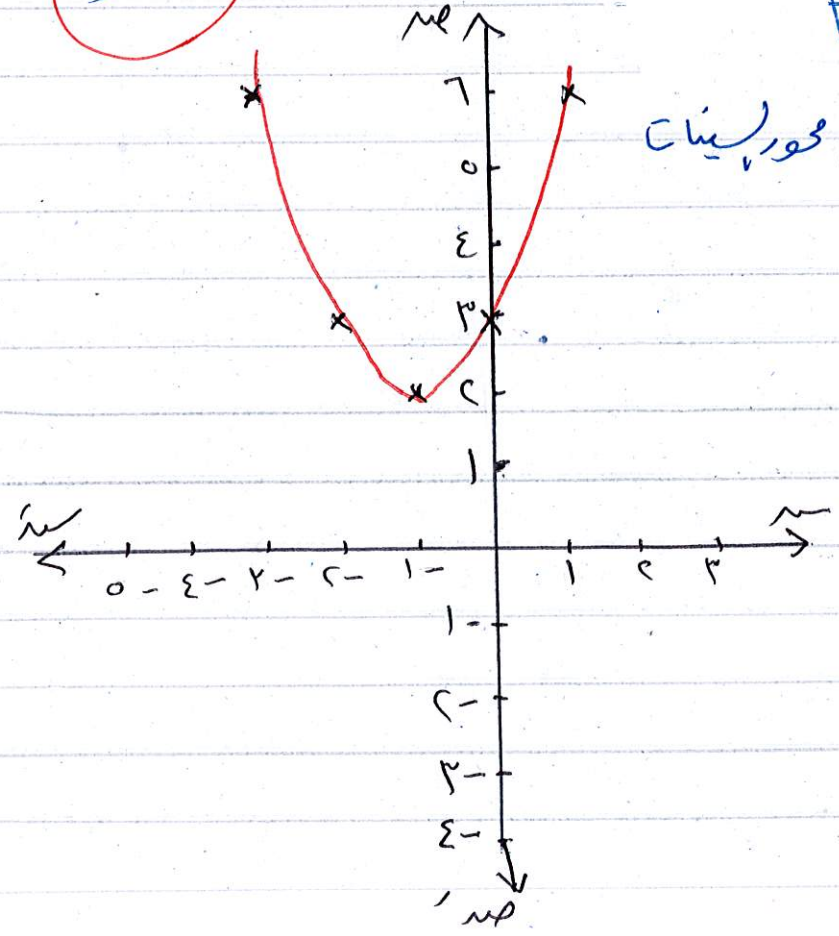
(١٢) ارسم الشكل البياني للدالة د حيث $د(س)=س^{٢}+٢س+٣$ في الفترة $[-٣، ١]$ ومن الرسم أوجد

أولاً: القيمة العظمى أو الصغرى للدالة وعين نقطة رأس المنحنى

ثانياً: مجموعة حل المعادلة $س^{٢}+٢س+٣=٠$

الحل

س	-٣	-٢	-١	٠	١
د(س)	٦	٣	٢	٣	٦



منحنى الدالة التربيعية لا يقطع محور السينات

$\therefore ب^{٢}-٤أجـ=٠$

القيمة الصغرى ص = ٢

رأس المنحنى $(-١، ٢)$

معادلة محور التماثل $س=-١$

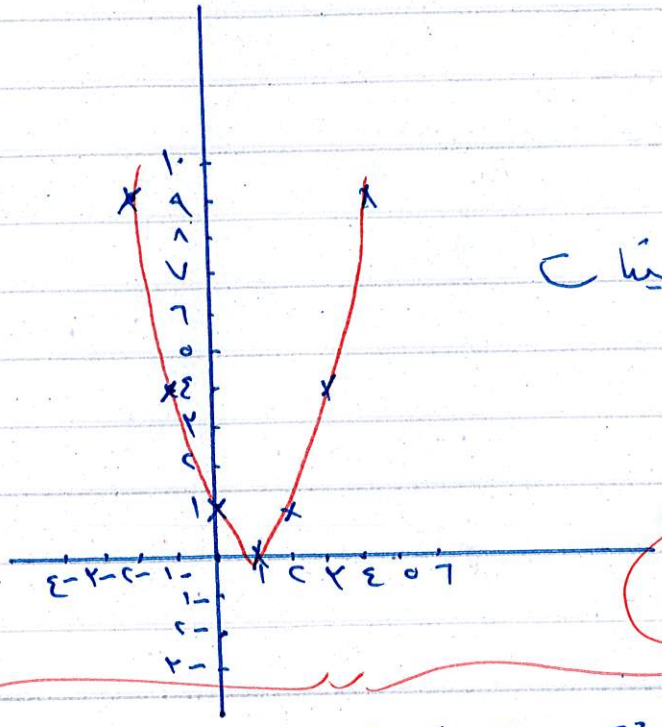
(١٣) ارسم بالشكل البياني للدالة د حيث

د(س) = س^{٢} − ٢س + ١ في الفترة [−٢، ٤] ومن الرسم

أوجد مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − ٢س + ١ = ٠

الحل

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
د(س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



منحنى الدالة التربيعية يقطع محور السينات

في النقطة (١، ٠)

م.ح = {١}

١/٩ أحمد

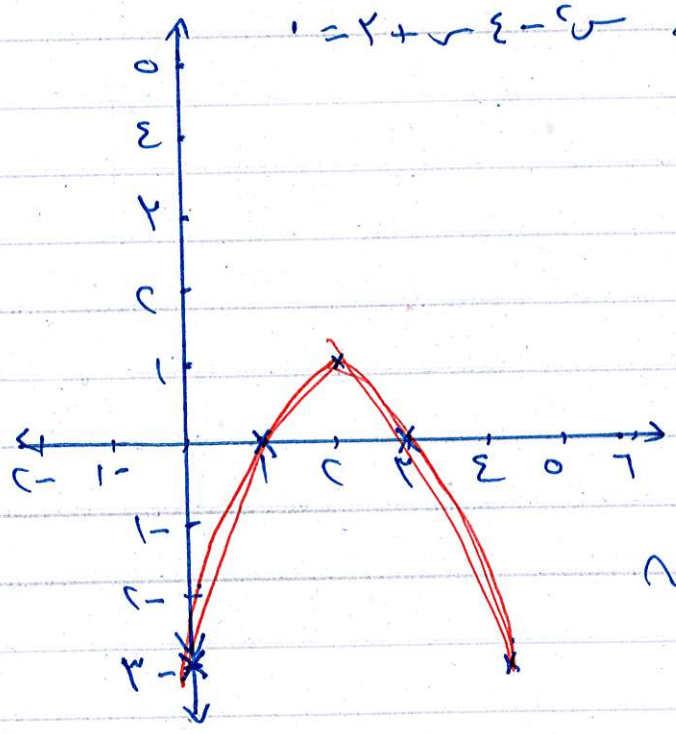
(١٤)

د(س) = ٤س − س^{٢} − ٣ في الفترة [٠، ٤]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة س^{٢} − ٤س + ٢ = ٠

الحل

س	٠	١	٢	٣	٤
د(س)	−٣	٠	١	٠	−٣



٤س − س^{٢} − ٢ = ٠

−س^{٢} + ٤س − ٢ = ٠ × −١

س^{٢} − ٤س + ٣ = ٠

منحنى الدالة يقطع محور السينات في النقطتين

(١، ٠) ، (٣، ٠)

م.ح = {١، ٣}

(١٥) إختزل كلاً من الكسرين الجبريين الآتيين :

$$ن_1(س) = \frac{س^2 - 1}{س^2 - س} = \frac{(س-1)(س+1)}{س(س-1)}$$

المجال = ح - {٠، ١}

$$= \frac{(س+1)}{س}$$

$$ن_2(س) = \frac{٢س - ٦}{س^2 - ٥س + ٦} = \frac{٢(س-٣)}{(س-٢)(س-٣)}$$

المجال = ح - {٢، ٣}

$$= \frac{٢}{س-٢}$$

(١٦) إختصر الدالة ن ثم أبسط صورة مبيناً المجال

$$ن(س) = \frac{٣س}{س^2 - ٢س} - \frac{١٢}{س^2 - ٤}$$

الحل :

$$ن(س) = \frac{٣س}{س(س-٢)} - \frac{١٢}{(س-٢)(س+٢)}$$

المجال = ح - {٠، ٢، -٢}

$$ن(س) = \frac{٣}{س-٢} - \frac{١٢}{(س-٢)(س+٢)}$$

$$= \frac{٣(س+٢)}{(س-٢)(س+٢)} - \frac{١٢}{(س-٢)(س+٢)}$$

$$= \frac{٣س + ٦ - ١٢}{(س-٢)(س+٢)} = \frac{٣(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)}$$

$$= \frac{٣}{س+٢}$$

(١٧)

$$N(س) = \frac{س^٢ - ١}{س^٢ + ٢س + ١} \div \frac{س^٢ - س}{س^٢ + ٢س}$$

الحل

$$N(س) = \frac{س^٢ - ١}{س^٢ + ٢س + ١} \times \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - س}$$

$$= \frac{(س - ١)(س + ١)}{(س + ١)^٢} \times \frac{س(س + ٢)}{س(س - ١)}$$

$$= \frac{س + ٢}{س + ١}$$

المجال = ح − {−١}

(١٨) أوجد $N(س)$ في أبسط صورة مبيناً المجال

$$N(س) = \frac{س}{٤} + \frac{-٢}{س + ٢}$$

الحل نوحد المقام بالمقص

$$N(س) = \frac{س(س + ٢) + (-٢) \times ٤}{٤(س + ٢)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - ٨}{٤(س + ٢)}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س + ٤)}{٤(س + ٢)}$$

المجال = ح − {−٢}

(١٩) إذا كان مجال الدالة N هو ح − {٠، ٤} حيث $N(س) = \frac{ب}{س} + \frac{٩}{س + ٩}$

أوجد قيمتي ب، ﻫ

الحل ∵ {٠، ٤} هي أصفار المقام

$$٠ = ﻫ + ٤$$

$$\therefore ﻫ = -٤$$

$$\therefore N(س) = \frac{ب}{س} + \frac{٩}{س - ٤}$$

$$\therefore N(٠) = ٢$$

$$\therefore \frac{ب}{٥} + \frac{٩}{-٤} = ٢$$

$$\therefore \frac{ب}{٥} + ٩ = ٢$$

$$\frac{ب}{٥} = -٧$$

$$\therefore ب = -٣٥$$

(٢٠)

$$N(س) = \frac{س - ٢}{٦ + ٢س} \times \frac{٣س^{٢} + ٦س}{٤ - س^{٢}}$$

$$= \frac{س - ٢}{٢(٣ + س)} \times \frac{٣س(س + ٢)}{(٢ - س)(٢ + س)}$$

المجال $= ح - \{٢، -٢، -٣\}$

$$N(س) = \frac{س - ٢}{٢(٣ + س)} \times \frac{٣س(س + ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)}$$

$$N(س) = \frac{٣س}{٢(٣ + س)}$$

(٢١)

$$N(س) = \frac{س + ٣}{(س - ١)(س + ٧)} \div \frac{س^{٢} + ٢س}{٤س + ١٤}$$

$$= \frac{س + ٣}{(س - ١)(س + ٧)} \times \frac{٤س + ١٤}{س^{٢} + ٢س}$$

$$= \frac{س + ٣}{(س - ١)(س + ٧)} \times \frac{٢(س + ٧)}{س(س + ٢)}$$

المجال $= ح - \{٠، ١، -٢، -٧\}$

$$N(س) = \frac{٢}{س(س - ٢)}$$

(٢٢)

$$N(س) = \frac{س}{س + ١} + \frac{٢س^{٢}}{س^{٢} - س}$$

$$= \frac{س}{س + ١} + \frac{٢س^{٢}}{س(س^{٢} - ١)}$$

$$= \frac{س}{س + ١} + \frac{٢س^{٢}}{س(س - ١)(س + ١)}$$

المجال $= ح - \{٠، -١، ١\}$

$$N(س) = \frac{س}{س + ١} + \frac{٢س}{(س - ١)(س + ١)}$$

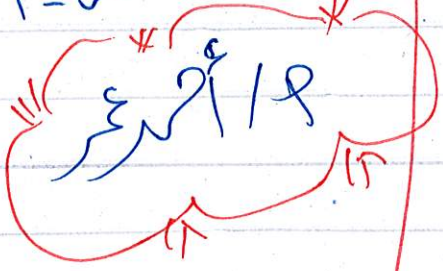
$$= \frac{س(س - ١) + ٢س}{(س - ١)(س + ١)}$$

$$= \frac{س^{٢} - س + ٢س}{(س - ١)(س + ١)}$$

$$= \frac{س^{٢} + س}{(س - ١)(س + ١)}$$

$$= \frac{س(س + ١)}{(س - ١)(س + ١)}$$

$$N(س) = \frac{س}{س - ١}$$



(٣٣)

$$N(س) = \frac{س-١}{س^٢-١} \div \frac{س^٢-٥س}{س^٢-٤س-٥}$$

$$= \frac{س-١}{س^٢-١} \times \frac{س^٢-٤س-٥}{س^٢-٥س}$$

$$= \frac{س-١}{(س-١)(س+١)} \times \frac{(س+١)(س-٥)}{س(س-٥)}$$

المجال $= ح - \{١، ٠، ٥\}$

$$N(س) = \frac{١}{س}$$

(٣٤)

$$N(س) = \frac{س^٢-س}{س^٢-١} + \frac{س-٥}{س^٢-٦س+٥}$$

$$= \frac{س(س-١)}{(س-١)(س+١)} + \frac{س-٥}{(س-١)(س-٥)}$$

المجال $= ح - \{١، ٥، -١\}$

$$N(س) = \frac{س}{س+١} + \frac{١}{س-١}$$

$$= \frac{س(س-١)+(س+١)\times١}{(س+١)(س-١)}$$

$$= \frac{س^٢-س+س+١}{(س+١)(س-١)}$$

$$= \frac{س^٢+١}{(س+١)(س-١)}$$

(٣٥)

$$N(س) = \frac{س^٢-١}{س^٢-٢س+١} \times \frac{٢س-٢}{س^٢+س+١}$$

بالتحليل

$$N(س) = \frac{(س-١)(س^٢+س+١)}{(س-١)(س-١)} \times \frac{٢(س-١)}{س^٢+س+١}$$

المجال $= ح - \{١\}$

$$N(س) = \frac{(س-١)(س^٢+س+١)\times٢(س-١)}{(س-١)(س-١)(س^٢+س+١)}$$

$$= ٢$$

(٣٦) أوجد $د(س)$ مُبسطة بصورة

$$د(س) = \frac{س^٢-٤٩}{س^٢-٨} \div \frac{س+٧}{س-٢}$$

ثم أوجد $د(١)$

بالتحليل

$$N(س) = \frac{س^٢-٤٩}{س^٢-٨} \times \frac{س-٢}{س+٧}$$

$$= \frac{(س-٧)(س+٧)}{(س-٢)(س^٢+٢س+٤)} \times \frac{س-٢}{س+٧}$$

المجال $= ح - \{٢، -٧\}$

$$د(س) = \frac{س-٧}{س^٢+٢س+٤}$$

$$د(١) = \frac{١-٧}{١+٢+٤} = \frac{-٦}{٧}$$

#

م/ أحمد عمر

(٢٧) إذا كانت $N_1(س) = \frac{س^2}{س^2 - س^2}$ ، $N_2(س) = \frac{س^3 + س^2 + س}{س^4 - س}$

اثبت أن $N_1 = N_2$

الحل

$$N_1(س) = \frac{س^2}{س^2(س-1)}$$

مجال $N_1 = ح - \{0, 1\}$ ... ①

$$N_1(س) = \frac{1}{س - 1}$$

$$N_2(س) = \frac{س(س^2 + س + 1)}{س(س^2 - 1)}$$

$$= \frac{س(س^2 + س + 1)}{س(س-1)(س^2 + س + 1)}$$

مجال $N_2 = ح - \{0, 1\}$

$$N_2(س) = \frac{1}{س - 1}$$ ... ②

من ① و ② ∴ $N_1 = N_2$

(٢٨) أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان $د_1(س)$ ، $د_2(س)$ حيث

$$د_1(س) = \frac{س^2 + س - 12}{س^2 + 5س + 4} \quad ، \quad د_2(س) = \frac{س^2 - 2س - 2}{س^2 + 2س + 1}$$

$$د_1(س) = \frac{(س-3)(س+4)}{(س+1)(س+4)}$$

مجال $د_1 = ح - \{-1, -4\}$

$$د_1(س) = \frac{س-3}{س+1}$$

$$د_2(س) = \frac{(س+1)(س-2)}{(س+1)(س+1)}$$

مجال $د_2 = ح - \{-1\}$

$$د_2(س) = \frac{س-2}{س+1}$$

$د_1(س) = د_2(س)$ ، مجال $د_1 \neq$ مجال $د_2$

∴ المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان $ح - \{-1, -4\}$

أ/ أحمد عمر

(٢٩)

$$N(س) = \frac{٢س}{س^٢ - س - ٢} + \frac{س - ١}{١ - س^٢}$$

$$= \frac{٢س}{(س+١)(س-٢)} - \frac{س-١}{(س-١)(س+١)}$$

$$= \frac{٢س}{(س+١)(س-٢)} - \frac{س-١}{(س-١)(س+١)}$$

المجال $= ح - \{-١، ٢\}$

$$N(س) = \frac{٢س}{(س+١)(س-٢)} - \frac{١}{س+١}$$

$$= \frac{٢س - (س-٢)}{(س+١)(س-٢)}$$

$$= \frac{٢س - س + ٢}{(س+١)(س-٢)}$$

$$= \frac{س + ٢}{(س+١)(س-٢)}$$

$$= \frac{١(س+٢)}{(س+١)(س-٢)} = \frac{١}{س-٢}$$

(٣٠) $N(س) = \frac{س}{س-٢} \div \frac{س+٢}{س^٢ - س - ٢}$

$$= \frac{س}{س-٢} \times \frac{س^٢ - س - ٢}{س+٢}$$

$$= \frac{س}{س-٢} \times \frac{(س-٢)(س+١)}{س+٢}$$

$$= \frac{س(س+١)}{س+٢}$$

المجال $= ح - \{-٢، ١\}$

$$N(س) = \frac{س(س+١)}{٣+س}$$

(٣١)

$$N(س) = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٢ - ٨} + \frac{س^٢ + س - ٦}{٤ - س^٢}$$

$$= \frac{(س-١)(س+٣)}{(س-٢)(س^٢ + ٢س + ٤)} + \frac{(س-٢)(س+٣)}{(٢+س)(٢-س)}$$

المجال $= ح - \{٢، ٢-\}$

$$N(س) = \frac{١}{٢-س} + \frac{س-١}{٢-س}$$

$$= \frac{١ + س - ١}{٢-س} = \frac{س}{٢-س}$$

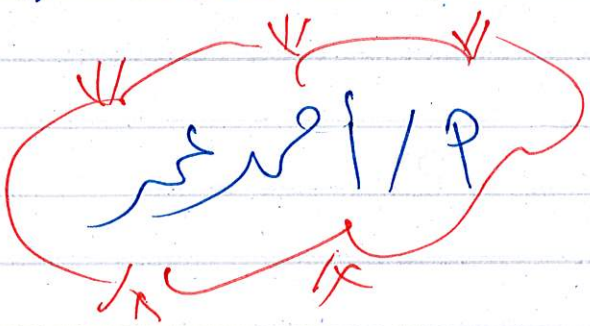
$$N(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٩} \div \frac{٢س}{س+٣}$$

$$= \frac{س(س-٢)}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{س+٣}{٢س}$$

$$= \frac{س-٢}{٢(س-٣)}$$

المجال $= ح - \{٣، ٣-\}$

$$N(س) = \frac{١}{٢}$$



(٣٢)

$$N(س) = \frac{س-٢}{س^٢-٧س+١٢} - \frac{٤}{س^٢-٤س}$$

$$= \frac{س-٣}{(س-٤)(س-٣)} - \frac{٤}{س(س-٤)}$$

المجال $= ح - \{٠، ٣، ٤\}$

$$N(س) = \frac{١}{س-٤} - \frac{٤}{س(س-٤)}$$

$$= \frac{س}{س(س-٤)} - \frac{٤}{س(س-٤)}$$

$$= \frac{س-٤}{س(س-٤)} = \frac{١}{س}$$

(٣٣) $N(س) = \frac{س^٢-٢س+١}{س^٢-١} \div \frac{٢س-١٥}{س^٢-٤س-٥}$

$$= \frac{س^٢-٢س+١}{س^٢-١} \times \frac{س^٢-٤س-٥}{٢س-١٥}$$

$$= \frac{(س-١)(س-١)}{(س-١)(س+١)} \times \frac{(س+١)(س-٥)}{٢(س-٥)}$$

المجال $= ح - \{١، ٥\}$

$$N(س) = \frac{س-٢}{٣}$$

(٣٤) أوجد ضابط صورة ثم أوجد $N(-٢)$

$$N(س) = \frac{س+٥}{س^٣+٧س^٢+١٠س+٨} - \frac{س-١}{س^٣+٥س^٢+٨س+٤}$$

$$N(س) = \frac{س+٥}{(س+٢)(س+٥)} - \frac{س-١}{(س+٢)(س+٢)^٢}$$

(٣٤)

المجال $= ح - \{-٢، -٥، -٦\}$

$$N(س) = \frac{١}{س+٥} - \frac{١}{(س+٣)(س+٢)}$$

$$= \frac{(س+٢)}{(س+٣)(س+٢)} - \frac{١}{(س+٣)(س+٢)}$$

$$= \frac{س+٢-١}{(س+٣)(س+٢)}$$

$$= \frac{(س+١)}{(س+٣)(س+٢)} = \frac{١}{س+٣}$$

$N(-٢)$ غير معرفة لأن $-٢ \notin$ مجال N

(٣٥)

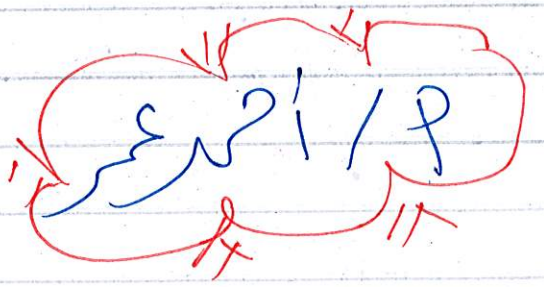
$$N(س) = \frac{س^٢-٧}{س^٢+س-٦} \times \frac{س+٢}{س^٣+٢س^٢+٤}$$

$$= \frac{(س-٢)(س^٢+٣س+٤)}{(س-١)(س+٢)} \times \frac{س+٢}{س^٣+٢س^٢+٤}$$

المجال $= ح - \{-٢، ١\}$

$$N(س) = ١$$

#



(٤٦)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٧}{س^2 - ٨س + ١٠} \div \frac{٣س - ١٥}{س^3 + ٢س + ٤}$$

$$= \frac{س^2 - ٧}{س^2 - ٨س + ١٠} \times \frac{س^3 + ٢س + ٤}{٣س - ١٥}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)}{س(س^2 - ٨س + ١٠)} \times \frac{٢س(س - ٥)}{٣(س - ٥)}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)}{س(س - ٢)(س - ٥)} \times \frac{٢س(س - ٥)}{٣(س^2 + ٢س + ٤)}$$

المجال $= ح - \{٠، ٢، ٥\}$

$$N(س) = ٣$$

(٤٧)

$$N(س) = \frac{س - ٣}{س^2 - ٤} + \frac{س - ٢س}{س^2 + ٥س + ٦}$$

$$= \frac{س - ٣}{(س - ٢)(س + ٢)} + \frac{س(س - ٢)}{(س + ٢)(س + ٣)}$$

$$= \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٢)(س + ٢)(س + ٣)} + \frac{س(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)(س + ٣)}$$

$$= \frac{س^2 - ٩ + س^3 - ٢س^2 - ٤س}{(س - ٢)(س + ٢)(س + ٣)}$$

$$= \frac{س^3 - س^2 - ٤س - ٩}{(س - ٢)(س + ٢)(س + ٣)}$$

المجال $= ح - \{-٣، -٢، ٢\}$

$$N(س) = \frac{س}{س - ١} + \frac{٢}{س - ١}$$

$$= \frac{س + ٢}{س - ١}$$

$$= \frac{٣س - ٣}{س - ١} = \frac{٣(س - ١)}{س - ١} = ٣$$

(٤٨)

$$N(س) = \frac{س^3 - ٣س + ٢}{س^2 + س - ٢} - \frac{س^2 - ٢س}{٣ - س}$$

$$= \frac{س^3 - ٢س + ٢}{(س - ١)(س + ٢)} + \frac{س^2 - ٢س}{س - ٣}$$

$$= \frac{(س - ١)(س - ٢)}{(س - ١)(س + ٢)} + \frac{س(س - ٢)}{(س - ٣)}$$

$$= \frac{(س - ٢)}{(س + ٢)} + \frac{س(س - ٢)}{(س - ٣)}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س - ٣) + س(س - ٢)(س + ٢)}{(س + ٢)(س - ٣)}$$

$$= \frac{س^2 - ٥س + ٦ + س^3 - ٤س}{(س + ٢)(س - ٣)}$$

$$= \frac{س^3 + س^2 - ٩س + ٦}{(س + ٢)(س - ٣)}$$

المجال $= ح - \{-٢، ٣\}$

$$N(س) = \frac{س}{س - ١} + \frac{٢}{س - ١}$$

$$= \frac{س + ٢}{س - ١}$$

$$= \frac{٣س - ٣}{س - ١} = \frac{٣(س - ١)}{س - ١} = ٣$$

(٤٩)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٧}{س^2 - ٦س + ٥} \div \frac{٢س^2 + ٣س - ٢}{س^3 + ٢س^2 + ٣س}$$

$$= \frac{س^2 - ٧}{س^2 - ٦س + ٥} \times \frac{س^3 + ٢س^2 + ٣س}{٢س^2 + س - ٢}$$

$$= \frac{(س - ١)(س^2 + ٢س + ٣)}{(س - ١)(س - ٥)} \times \frac{س(س^2 + ٢س + ٣)}{(٢س - ١)(س + ٢)}$$

المجال $= ح - \{-٢، \frac{١}{٢}، ٥\}$

$$N(س) = \frac{س(س - ٥)}{(س - ٥)(٢س + ١)}$$

(٥٠)

$$N(س) = \frac{س - ٣}{س^2 - ٤} + \frac{٢}{س + ٢}$$

$$= \frac{س - ٣}{(س - ٢)(س + ٢)} + \frac{٢(س - ٢)}{(س + ٢)(س - ٢)}$$

$$= \frac{س - ٣ + ٢س - ٤}{(س - ٢)(س + ٢)}$$

$$= \frac{٣س - ٧}{(س - ٢)(س + ٢)}$$

المجال $= ح - \{-٢، ٢\}$

(٥١)

$$N(س) = \frac{س}{س + ٢} + \frac{٢}{س + ٢}$$

$$= \frac{س + ٢}{س + ٢} = ١$$

(٥٢)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٣س}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 + ٥س}{س^2 + ٦س + ٩}$$

$$= \frac{س^2 - ٣س}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 + ٦س + ٩}{س^2 + ٥س}$$

$$= \frac{س(س - ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٣)(س + ٣)}{س(س + ٥)}$$

$$= \frac{س + ٣}{س + ٥}$$

المجال $= ح - \{-٣، -٥، ٠، ٣\}$

$$N(س) = \frac{س}{س + ٣} + \frac{٣}{س + ٣}$$

$$= \frac{س + ٣}{س + ٣} = ١$$

(٥٣)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٤}{س^2 + ٣س + ٢} \div \frac{س^2 - ٢س}{س^2 + ٢س + ١}$$

$$= \frac{س^2 - ٤}{س^2 + ٣س + ٢} \times \frac{س^2 + ٢س + ١}{س^2 - ٢س}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س + ١)(س + ٢)} \times \frac{(س + ١)(س + ١)}{س(س - ٢)}$$

$$= \frac{س + ١}{س}$$

المجال $= ح - \{-٢، -١، ٠، ٢\}$

$$N(س) = \frac{س}{س + ١} + \frac{١}{س + ١}$$

$$= \frac{س + ١}{س + ١} = ١$$

(٥٤)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٢س}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 + ٥س}{س^2 + ٦س + ٩}$$

$$= \frac{س^2 - ٢س}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 + ٦س + ٩}{س^2 + ٥س}$$

$$= \frac{س(س - ٢)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٣)(س + ٣)}{س(س + ٥)}$$

$$= \frac{س - ٢}{س + ٥}$$

المجال $= ح - \{-٣، -٥، ٠، ٣\}$

$$N(س) = \frac{س}{س + ٣} + \frac{٣}{س + ٣}$$

$$= \frac{س + ٣}{س + ٣} = ١$$

(٥٥)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٣س}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 + ٥س}{س^2 + ٦س + ٩}$$

$$= \frac{س^2 - ٣س}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 + ٦س + ٩}{س^2 + ٥س}$$

$$= \frac{س(س - ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٣)(س + ٣)}{س(س + ٥)}$$

$$= \frac{س + ٣}{س + ٥}$$

المجال $= ح - \{-٣، -٥، ٠، ٣\}$

$$N(س) = \frac{س}{س + ٣} + \frac{٣}{س + ٣}$$

$$= \frac{س + ٣}{س + ٣} = ١$$

(٥٦)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٤}{س^2 + ٣س + ٢} \div \frac{س^2 - ٢س}{س^2 + ٢س + ١}$$

$$= \frac{س^2 - ٤}{س^2 + ٣س + ٢} \times \frac{س^2 + ٢س + ١}{س^2 - ٢س}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س + ١)(س + ٢)} \times \frac{(س + ١)(س + ١)}{س(س - ٢)}$$

$$= \frac{س + ١}{س}$$

المجال $= ح - \{-٢، -١، ٠، ٢\}$

$$N(س) = \frac{س}{س + ١} + \frac{١}{س + ١}$$

$$= \frac{س + ١}{س + ١} = ١$$

(٥٧)

$$N(س) = \frac{س^2 - ٧}{س^2 - ٦س + ٥} \div \frac{٢س^2 + ٣س - ٢}{س^3 + ٢س^2 + ٣س}$$

$$= \frac{س^2 - ٧}{س^2 - ٦س + ٥} \times \frac{س^3 + ٢س^2 + ٣س}{٢س^2 + س - ٢}$$

$$= \frac{(س - ١)(س^2 + ٢س + ٣)}{(س - ١)(س - ٥)} \times \frac{س(س^2 + ٢س + ٣)}{(٢س - ١)(س + ٢)}$$

المجال $= ح - \{-٢، \frac{١}{٢}، ٥\}$

$$N(س) = \frac{س(س - ٥)}{(س - ٥)(٢س + ١)}$$

#

د/ أحمد عمر

(٦٤)

إذا كانت p و q حادثتين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان
$ل(p) = ٠,٧$ و $ل(ب) = ٠,٦$ و $ل(p ∩ ب) = ٠,٤$ أوجد
أولاً: احتمال عدم وقوع الحدث p
ثانياً: إحتمال وقوع أحد الحادثين دون وقوع الآخر

الحل

أولاً: $ل(\bar{p}) = ١ - ل(p) = ١ - ٠,٧ = ٠,٣$

ثانياً: $ل(p - ب) + ل(ب - p) = ل(p ∪ ب) - ل(p ∩ ب)$
$= ل(p) + ل(ب) - ٢ل(p ∩ ب)$
$= ٠,٧ + ٠,٦ - ٢ \times ٠,٤ = ٠,٥$

كيس به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ الى ١٥ سحبت منه كرة عشوائياً إذا كان الحدث p هو الحصول على عدد فردي فما احتمال الحصول على عدد أولي أوجد $ل(p)$ و $ل(ب)$ و $ل(p - ب)$

الحل

$ق = \{١, ٢, ٣, ..., ١٥\}$ $\Leftarrow$ $ن(ق) = ١٥$

$p = \{١, ٣, ٥, ٧, ٩, ١١, ١٣, ١٥\}$

$ل(p) = \frac{ن(p)}{ن(ق)} = \frac{٨}{١٥}$

$ب = \{٢, ٣, ٥, ٧, ١١, ١٣\}$

$ل(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ق)} = \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

$p ∩ ب = \{٣, ٥, ٧, ١١, ١٣\}$ $\Leftarrow$ $ل(p ∩ ب) = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

$ل(p - ب) = ل(p) - ل(p ∩ ب) = \frac{٨}{١٥} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٥}$

أ/ أحمد عمر

(٢٧)

إذا كان P ، U حادثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان
$ل(U) = \frac{1}{12}$ ، $ل(P \cup U) = \frac{1}{3}$ أوجد $ل(P)$ إذا كان

(أ) P ، U حادثان متنافيان (ب) $U \subset P$

الحل

(أ) إذا كان P ، U حادثان متنافيان فإن $ل(P \cap U) =$ صفر

$ل(P) = ل(P \cup U) + ل(P \cap U) - ل(U)$

$= \frac{1}{3} + صفر - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$

(ب) $U \subset P$ $\therefore ل(P) = ل(P \cup U) = \frac{1}{3}$

كيس به ٢٠ بطاقة متماثلة ومخلوطة جيداً ومرقمة بالأعداد من ١ : ٣٠
سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من الكيس أوجد إحتمال أن يكون العدد

(أ) يقبل القسمة على ٣ (ب) يقبل القسمة على ٥
(ج) يقبل القسمة على ٣ و ٥ (د) يقبل القسمة على ٣ فقط
(هـ) يقبل القسمة على ٥ فقط (و) يقبل القسمة على ٣ أو ٥

الحل $ف = \{1, 2, 3, \ldots, 30\}$ $ن(ف) = 30$

نفرض أن P هو حدث أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣
U هو حدث أن يكون العدد يقبل القسمة على ٥

$P = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

$U = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$

$P \cap U = \{15, 30\}$

(أ) $ل(P) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

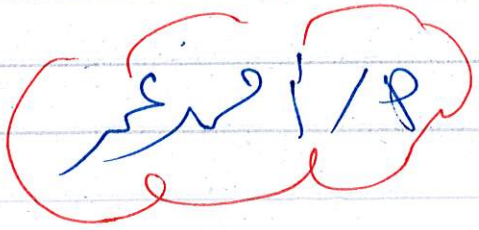
(ب) $ل(U) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

(ج) $ل(P \cap U) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

(د) $ل(P - U) = ل(P) - ل(P \cap U) = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$

(هـ) $ل(U - P) = ل(U) - ل(P \cap U) = \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$

(و) $ل(P \cup U) = ل(P) + ل(U) - ل(P \cap U) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{7}{15}$



(٢٨) فصل دراسي به ٤٠ تلميذ منهم ١٨ تلميذ يقرأون جريدة الأخبار
١٥ تلميذ يقرأون جريدة الأهرام، ٨ تلاميذ يقرأون الجريدتين معاً
فإذا اختير تلميذ عشوائياً أحسب إحتمال أن يكون التلميذ

① يقرأ جريدة الأخبار ② لا يقرأ جريدة الأخبار
③ يقرأ الجريدتين معاً ④ يقرأ جريدة الأخبار فقط
⑤ يقرأ جريدة الأهرام فقط ⑥ يقرأ جريدة الأخبار فقط أو الأهرام فقط

الحل

نفرض أن أ هو حدث أن يكون الطالب يقرأ جريدة الأخبار
ب هو حدث أن يكون الطالب يقرأ جريدة الأهرام

① $ل(أ) = \frac{١٨}{٤٠} = \frac{٩}{٢٠}$

② $ل(أ') = ١ - ل(أ) = ١ - \frac{٩}{٢٠} = \frac{١١}{٢٠}$

③ $ل(أ \cap ب) = \frac{٨}{٤٠} = \frac{١}{٥}$

④ $ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{٩}{٢٠} - \frac{١}{٥} = \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

⑤ $ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{١٥}{٤٠} - \frac{١}{٥} = \frac{٧}{٤٠}$

⑥ $ل(أ - ب) + ل(ب - أ) = \frac{١}{٤} + \frac{٧}{٤٠} = \frac{١٧}{٤٠}$

إذا كان أ، ب حادثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان
$ل(أ) = ٠,٦$ ، $ل(ب) = ٠,٤$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠,٢$ فأوجد
① $ل(أ')$ ② $ل(أ \cap ب)$ ③ $ل(أ - ب)$

الحل

① $ل(أ') = ١ - ل(أ) = ١ - ٠,٦ = ٠,٣$

② $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$
$= ٠,٦ + ٠,٤ - ٠,٢ = ٠,٨$

③ $ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = ٠,٦ - ٠,٢ = ٠,٤$

أ/ أحمد عمر

ملاحظات هامة:

١) حدث وقوع P أو $\cup$ أو أحدهما على الأقل $\leftarrow P \cup \cup$

٢) حدث وقوع P و $\cup$ معاً $\leftarrow P \cap \cup$

٣) عدم وقوع الحدث P $\leftarrow P'$

٤) حدث وقوع P وعدم وقوع $\cup$ (وقوع P فقط) $\leftarrow P - \cup$

٥) حدث وقوع أحد الشيء دونه وقوع الآخر

$\leftarrow (P - \cup) \cup (\cup - P)$

٦) عدم وقوع أي من الحدثين $\leftarrow (P \cup \cup)'$

٧) عدم وقوع الحدثين معاً $\leftarrow (P \cap \cup)'$

---

* بعض القوانين الهامة *

١) $ل(P \cup \cup) = ل(P) + ل(\cup) - ل(P \cap \cup)$

٢) $ل(P \cap \cup) = ل(P) + ل(\cup) - ل(P \cup \cup)$

٣) $ل(P - \cup) = ل(P) - ل(P \cap \cup)$

٤) $ل(P') = ١ - ل(P)$

٥) $ل(P) =$
- $١ - ل(P')$
- $ل(P \cup \cup) + ل(P \cap \cup) - ل(\cup)$
- $ل(P - \cup) + ل(P \cap \cup)$

٦) إذا كان $P \subset \cup$ فإن

$ل(P \cap \cup) = ل(P)$ ، $ل(P \cup \cup) = ل(\cup)$

٧) إذا كان P ، $\cup$ حدثين متنافيين فإن

$P \cap \cup = \phi$ ، $ل(P \cap \cup) =$ صفر

٨) $ل(P \cup \cup)' = ١ - ل(P \cup \cup)$

٩) $ل(P \cap \cup)' = ١ - ل(P \cap \cup)$

مع أطيب الأمنيات
بالتفوق والنجاح الباهر
أ/ أحمد عمر